

ВОЗМОЖНОСТИ МАГНИТНОЙ ЛЕВИТАЦИИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТЕЛ В ГРАДИЕНТНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ОБМОТКОВ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Н.Н. Чернышов, В.С. Лупиков¹, Е.И. Байда¹, Н.В. Крюкова¹, О.А. Геляровская¹, Е. Мвуджо²
Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина,

Физико-технологический центр МОН и НАН Украины, г.Харьков, Украина;

¹*Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт",
г.Харьков, Украина;*

²*Национальный политехнический университет, Яунде, Камерун*

Выдвигается гипотеза о существовании трехмерных областей вблизи источников магнитного поля, в которых возможно получение стабильного положения магнитного объекта в стационарном поле. Гипотеза строится на основании существования двух видов точек: точек с нулевым уровнем поля и точек с локальным экстремумом этого поля. Получаемые распределения магнитных сил действуют стабилизирующе на исследуемый объект, в частности создают эффект левитации ферромагнитных тел в гравитационном поле Земли. Приведены примеры конфигураций источников поля, порождающих множества таких точек. Анализируются системы токовых обмоток, обеспечивающие создание одно- и двумерных конфигураций областей вблизи источников, в пределах которых возможна магнитная левитация.

ВВЕДЕНИЕ

Идея магнитной левитации – уравнивания веса тела магнитными силами – в настоящее время бурно обсуждается в связи с достижениями в области высокотемпературной сверхпроводимости. Полученные экспериментальные данные, однако, свидетельствуют о том, что практическая реализация этой идеи ограничена расстояниями между левитирующим телом и источниками поля и критическими величинами индукции магнитного поля для используемых сверхпроводящих систем.

Известные способы магнитной левитации в основном строятся на использовании диамагнитных свойств материалов в сверхпроводящем состоянии, либо динамическом воздействии на ферромагнитное тело импульсов поля, обеспечивающем его небольшой уход от предыдущего равновесного состояния [1]. Создание стационарной магнитной левитации такими методами затруднено по двум причинам. Первая причина связана с чисто техническими трудностями создания мощных полей, поддержания сверхпроводящего состояния материалов, обеспечения соответствия уровня поля и массы левитируемых объектов. Вторая – теоретический запрет (теорема Ирншоу [2]) на создание устойчивого состояния магнитного объекта с помощью поля стационарных источников.

Приведенные авторами исследования, указывают на возможность получения пространственной зоны вне источников поля, в пределах которой возможно создание устойчивого состояния магнитного объекта, в частности, ферромагнитного тела в гравитационном поле Земли [3]. Идея такой магнитной левитации связывается с наличием в распределении магнитного поля источников особых точек, уровень поля в которых равен нулю. В работе [4] эти точки называются точками с нулевым уровнем модуля напряженности, в [1] – "магнитными потенциальными ямами", в [5] –

магнитным "балджем", в работах автора [6–11] – точками магнитных аномалий.

В настоящей статье обсуждаются результаты этих исследований. Обобщаются имеющиеся данные по получению пространственных зон вне источника поля, в которых возможна стационарная магнитная левитация ферромагнитных тел и формулируются задачи исследований.

1. ОДНОМЕРНАЯ ЛЕВИТАЦИЯ ФЕРРОМАГНИТНОГО ТЕЛА В ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО МАГНИТА

В работе [4] приведены результаты экспериментальных исследований магнитного поля (МП) кольцевого постоянного магнита, намагниченного аксиально. Особенностью распределения его МП является наличие двух точек с нулевым уровнем поля по оси магнита. Наличие этих точек объясняется свойствами материала постоянного магнита. На рис. 1 показана схема расположения постоянного магнита и кривые индукции B_e , приведенные в работе [4], а также кривые осевой компоненты B_z и модуля индукции B , рассчитанные авторами настоящей работы.

На этом рисунке видно, что помимо точек с нулевым уровнем магнитного поля P_{a1} , P_{a2} в направлении этой же оси расположены и точки локальных экстремумов P_{m1} , P_{m2} МП. На рис. 1,б показано расположение этих точек на кривой индукции.

Постоянные магниты в последнее время привлекают внимание многих специалистов. В этой связи появился ряд публикаций, содержащих результаты исследований как методов расчета, так и современных магнитных материалов, из которых изготавливаются постоянные магниты [12, 13]. В данной работе использованы авторские методики расчета распределений МП постоянного магнита,

что связано с возможностью их реализации в математических системах Pascal и Maple [14, 15]. Отличия расчетных формул связаны только с выбором системы координат при расчетах.

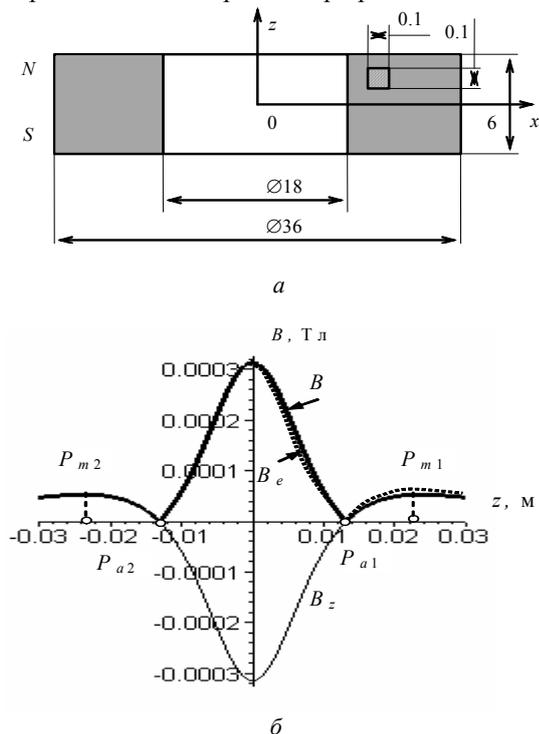


Рис. 1. Схема расположения постоянного магнита (а) и распределение индукции B_e магнитного поля по его оси (б)

Проведенные авторами расчеты компонент магнитной силы, действующей в осевой плоскости постоянного магнита на ферромагнитное тело выявляют два участка между парами соседних точек – нулевого поля и локального экстремума, на которых возможна магнитная левитация ферромагнитного тела. Распределение силы (пондеромоторной) F на одном из этих участков показано в виде кривой на рис. 2.

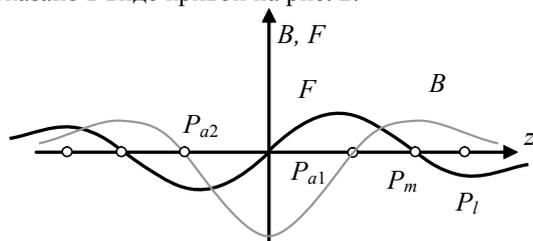


Рис. 2. Схема распределения силы F

Объяснить полученное распределение силы можно следующим образом. В указанных точках энергия МП равна нулю: в точках нулевого поля вследствие равенства нулю индукции, в точке локального экстремума вследствие равенства нулю производной от энергии.

Математическая запись этих положений дается известной формулой [16]:

$$F = -\frac{dW}{dz}, \quad (1)$$

где F – пондеромоторная сила; W – магнитная энергия; z – ось постоянного магнита.

Как видно на рис. 2, на участке $P_{a1} - P_m - P_l$ функция распределения радиальной силы характеризуется отрицательным наклоном, и точка P_m является точкой устойчивого равновесия (вдоль оси z). Такой же участок с отрицательным наклоном присутствует и для левой ветви функции с точкой P_{a2} .

Силовое действие стационарного МП постоянного магнита на пробное ферромагнитное тело проверялось экспериментально. Схема опыта следующая (рис. 3). В горизонтально расположенном постоянном магните 1 помещалась пробирка 2, внутри которой находился ферромагнитный шарик 3. При перемещении пробирки с шариком в вертикальном направлении и достижении областей между особыми точками шарик зависал в положениях 3 и 4. Стенки пробирки удерживали шарик от боковых перемещений. Тем самым получено экспериментальное подтверждение одномерной (по оси кольцевого постоянного магнита) левитации ферромагнитного тела.

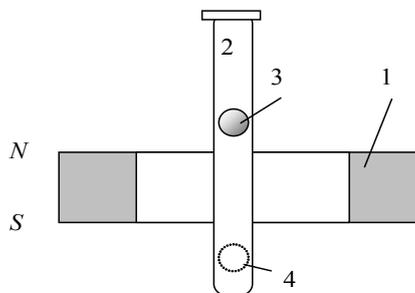


Рис. 3. Схема опыта по одномерной левитации ферромагнитного тела в магнитном поле кольцевого магнита

В результате анализа данных, приведенных в [4] и полученных в результате расчета, возникают следующие вопросы:

1. Наличие точек нулевого поля – это свойство постоянного магнита, как утверждает в работе [4], либо свойство МП?
2. Можно ли получить такие точки с помощью токовых контуров?
3. Можно ли получить множества таких точек?
4. Можно ли получить не только одномерное, но и пространственные распределения заданной конфигурации множеств таких точек?
5. Как соотносится наличие таких точек с теоремой Ирншоу?

2. ТЕОРИЯ ТОЧЕК НУЛЕВОГО ПОЛЯ

Если отвлечься от свойств материала постоянного магнита, его геометрии и характера намагниченности, то по первому вопросу задача может быть сформулирована следующим образом: для минимального числа источников МП необходимо определить положение точек нулевого поля и локального экстремума поля.

Очевидно, что один точечный источник магнитного поля – диполь не имеет в распределении

собственного МП таких точек во внешнем пространстве.

В работе [6] рассмотрена система из двух смещенных диполей, которая порождает указанные точки. Схема взаимного расположения диполей и их ориентации приведена на рис. 4.

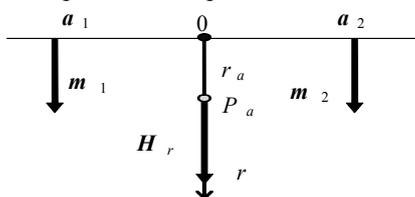


Рис. 4. Схема расположения двух соосных плоско симметричных диполей

Особенностью этих источников является их ориентация и расположение: они одинаково ориентированы и имеют плоскость симметрии.

В теории магнитного поля напряженность дипольного источника описывается простым выражением, связанным с вектором его магнитного момента и вектором смещения относительно начала системы координат. Для рассматриваемой системы из двух диполей для точек плоскости, в которой лежат векторы магнитных моментов, получены простые математические соотношения:

$$H_r = \frac{m}{2\pi(r^2 + a^2)^{5/2}}(2r^2 - a^2)e_r, \quad (2)$$

$$H = \frac{m}{2\pi(r^2 + a^2)^{5/2}}|2r^2 - a^2|, \quad (3)$$

где H_r , H – радиальная компонента и модуль вектора напряженности поля в произвольной точке наблюдения P_a ; m – модуль вектора магнитного момента дипольного источника; r – радиус точки наблюдения на оси источников; a – расстояние (смещение) источника от оси r ; e_r – орт-вектор оси источников.

Координата точки нулевого поля определяется из условия

$$H = |H_r| = 0. \quad (4)$$

С учетом условия (4) из соотношений (2) и (3) определяются координаты r_{a1} , r_{a2} точек нулевого поля P_{a1} , P_{a2} :

$$r_{a1} = a/\sqrt{2}; \quad r_{a2} = -a/\sqrt{2}. \quad (5)$$

Координаты точек локальных экстремумов поля рассматриваемой системы источников получены из условия:

$$\left| \frac{dH}{dr} \right| = \left| \frac{H_r}{dr} \right| = 0. \quad (6)$$

С учетом условия (6) из уравнений (2) и (3) определяются координаты r_{m1} , r_{m2} точек экстремумов поля P_{m1} , P_{m2} и локальный экстремум поля H_m :

$$r_{m1} = a\sqrt{6}/2 \approx 1,2247a; \quad r_{m2} = -a\sqrt{6}/2 \approx -1,2247a; \quad (7)$$

$$H_m \approx 0,202m/2\pi a^3. \quad (8)$$

Более тонкие исследования показывают принципиальное различие кривых B_e , B_z , B и их поведения вблизи точки нулевого поля. Точка

нулевого поля является седловой, а не точкой минимума (экстремума). По сравнению с моделью [6] предложенная модель МП постоянного магнита позволяет рассчитать положение точки нулевого поля (7) и учитывает знак индукции либо напряженности в (8).

Так как точка нулевого поля равняется седловой для пары диполей, то в точках вблизи нее силы, действующие на ферромагнитное тело, не обеспечивают состояние устойчивого равновесия для боковых отклонений от оси.

Свойство пары смещенных диполей порождать указанные особые точки сохраняется и в постоянном магните благодаря преобразованиям симметрии [17], что иллюстрируется на рис. 5.

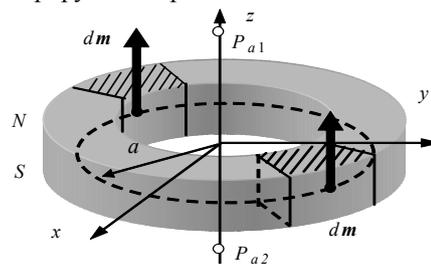


Рис. 5. Схема опыта по одномерной левитации ферромагнитного тела в магнитном поле кольцевого магнита

Элементарные намагниченные объемы постоянного магнита, расположенные симметрично оси (z), представлены парой векторов с магнитным моментом dm . Для расчета внешнего магнитного поля, создаваемого однородно намагниченным в осевом направлении постоянным магнитом, широко применяются интегральные методы [6, 7]. При этом объем постоянного магнита условно разбивается на элементарные источники в виде выделенных объемов, в пределах которых вектор намагниченности принято считать постоянным, а результирующее поле определяется наложением полей элементарных источников. Напряженность внешнего магнитного поля в произвольной точке при этом может быть представлена следующим выражением [18, 19]:

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^{l_j} (\mathbf{n}_{vj} \times \mathbf{M}_j) \times \int_{\Delta S_{vj}} \frac{\mathbf{r}}{r^3} dS, \quad (9)$$

где \mathbf{B} – вектор индукции; μ_0 – магнитная постоянная; N – количество выделенных объемов ферромагнитного элемента; j , l_j , \mathbf{M}_j – номер, количество граней и вектор намагниченности выделенного объема; v – номер грани j -го выделенного объема; \mathbf{n}_{vj} – вектор внешней нормали, проведенной к плоскости v -й грани j -го выделенного объема; ΔS_{vj} – площадь поверхности v -й грани j -го выделенного объема; \mathbf{r} – вектор, проведенный из точки наблюдения в среднюю точку (геометрический центр) каждого выделенного объема.

В случае рассматриваемого кольцевого постоянного магнита, однородно намагниченного вдоль оси ($\mathbf{M}_j = \mathbf{M}$) и помещенного в центре

системы координат из соотношения (9) получены следующие выражения осевой и радиальной компонент напряженности поля в произвольной точке наблюдения $P(z, \varphi)$:

$$H_r = \frac{M}{2\pi} \left\{ \lambda_1 \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(\xi_1 - \lambda_1 \eta) \sin \varphi}{[1 + (\xi - \lambda_1 \eta)^2 + \rho_1^2 - 2\rho_1 \sin \varphi]^{3/2}} d\varphi d\eta - \lambda_2 \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(\xi_2 - \lambda_2 \eta) \sin \varphi}{[1 + (\xi_2 - \lambda_2 \eta)^2 + \rho_2^2 - 2\rho_2 \sin \varphi]^{3/2}} d\varphi d\eta \right\};$$

$$H_z = \frac{M}{2\pi} \left\{ \lambda_1 \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 - \rho_1 \sin \varphi}{[1 + (\xi - \lambda_1 \eta)^2 + \rho_1^2 - 2\rho_1 \sin \varphi]^{3/2}} d\varphi d\eta - \lambda_2 \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 - \rho_2 \sin \varphi}{[1 + (\xi_2 - \lambda_2 \eta)^2 + \rho_2^2 - 2\rho_2 \sin \varphi]^{3/2}} d\varphi d\eta \right\};$$

$$H = (H_r^2 + H_z^2)^{1/2}. \quad (10)$$

В формулах (10) использованы следующие обозначения:

$$\lambda_1 = 1/a_1; \quad \lambda_2 = 1/a_2; \quad \xi_1 = z/a_1; \quad \xi_2 = z/a_2;$$

$$\rho_1 = b/a_1; \quad \rho_2 = b/a_2; \quad \eta = 1/b,$$

где a_1, a_2, b – соответственно внутренний, наружный радиусы цилиндрических поверхностей постоянного магнита и его толщина.

На рис. 6, а-в показаны распределения магнитной индукции $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ в центральных сечениях постоянных магнитов, имеющих одинаковый наружный радиус и отличающихся величиной внутреннего радиуса и высотой. Размеры трех вариантов постоянного магнита приведены в таблице.

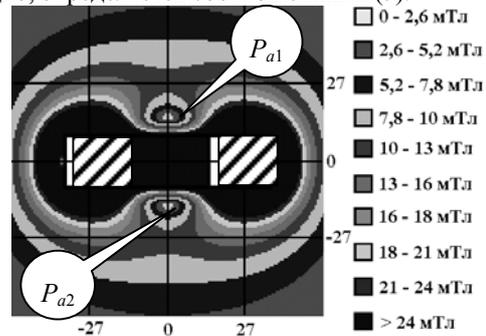
Размер, мм	Вариант		
	а	б	в
Наружный радиус, a_1	30	30	30
Внутренний радиус, a_2	12	2	12
Толщина, b	18	18	90

Расчеты проведены в соответствии с соотношениями (10). Результаты показаны на рис. 6.

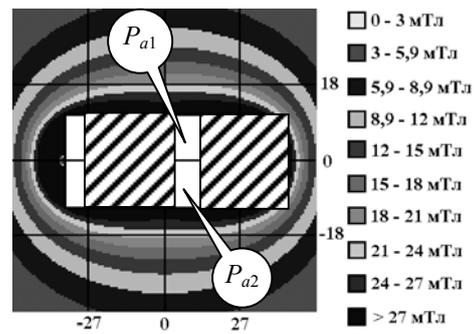
При расчетах объем постоянного магнита разбивался на элементарные объемы диаметром 0,1 мм. Для построения распределений уровень поля усреднялся в пределах плоских квадратных ячеек с размером стороны 2 мм, а число градаций поля для всех постоянных магнитов выбрано постоянным, равным 10. Центральная прямоугольная область всех постоянного магнита не закрашена. Как видно на рис. 6, а-в, точки нулевого поля имеются у кольцевого постоянного магнита независимо от его геометрии. Последняя определяет только положение точек нулевого поля: точки могут располагаться на его оси как вне объема постоянного магнита, так и во внутреннем свободном пространстве.

3. ТОЧКИ НУЛЕВОГО ПОЛЯ ДЛЯ ТОКОВЫХ КОНТУРОВ

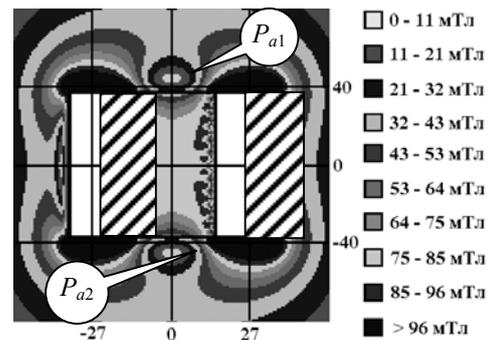
Идея использовать дипольные источники оказывается плодотворной и для токовых контуров (сосредоточенных катушек и распределенных контуров). В частности, можно сделать эквивалентную замену МП от намагниченности постоянного магнита на МП его поверхностных токов, внутреннего и наружного и различающихся направлением (рис. 7). При этом пары симметрично расположенных секторов образуют элементарные контуры, которые приближенно можно представить как пары диполей, порождающих особые точки. Положение этих точек, очевидно, определяется соотношениями (5).



а



б



в

Рис. 6. Распределение поля в центральной плоскости постоянного магнита

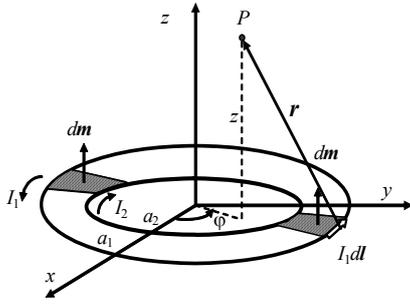


Рис. 7. Схема расположения двух круговых витков с током

Точный расчет поля витков проведен в цилиндрической системе координат. При расчетах виток располагался в горизонтальной плоскости, начало координат помещалось в центре витка, а угол φ отсчитывается от плоскости, проходящей через вертикальную ось z и точку наблюдения поля $P(z, \varphi)$. Соотношения для радиальной B_r и осевой B_z компонент напряженности поля одного витка радиуса a и током I могут быть представлены в виде [16]:

$$H_r = \frac{I}{2\pi r} \frac{z}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[-K + \frac{a^2 + r^2 + z^2}{(a-r)^2 + z^2} E \right]; \quad (11)$$

$$H_z = \frac{I}{2\pi r} \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[-K + \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E \right],$$

где I – ток витка; a – радиус витка; r – расстояние от элемента тока витка до точки наблюдения; z – аппликата точки наблюдения; K , E – полные эллиптические интегралы первого и второго рода модуля

$$k = 2\sqrt{ar} \left[(a+r)^2 + z^2 \right]^{-1/2},$$

$$K = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \vartheta)^{-1/2} d\vartheta; \quad E = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2} d\vartheta.$$

Результирующее поле определяется суперпозицией полей обоих витков ($q = 1, 2$) с учетом используемой системы координат, радиуса (a_1, a_2) и тока ($I_1 = I_2 = I$) каждого витка. При этом модуль напряженности H равен

$$H = \left(\sum_{q=1}^2 H_{rq}^2 + \sum_{q=1}^2 H_{zq}^2 \right)^{1/2}, \quad (12)$$

где H_{rq} , H_{zq} – цилиндрические компоненты напряженности поля q -го источника, определяемые соотношениями (11).

Для точек наблюдения, расположенных на оси витков z , соотношение (12) упрощается:

$$H = |H_z| = \frac{I}{2} \left| \frac{a_1^2}{(z^2 + a_1^2)^{3/2}} - \frac{a_2^2}{(z^2 + a_2^2)^{3/2}} \right|. \quad (13)$$

Распределение осевой компоненты и модуля индукции результирующего поля витков с параметрами: $a_1 = 30$ мм, $a_2 = 12$ мм, $I = 10$ А, рассчитанные в точках на оси z по соотношению (13), показано на рис. 8. Как видно на этом рисунке, характер зависимости напряженности поля концентрических витков с токами и ее радиальной компоненты такой же, как и для пары диполей.

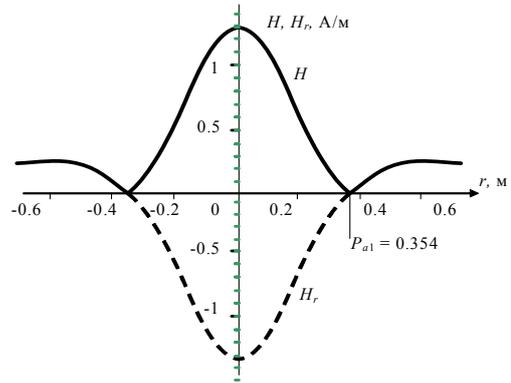


Рис. 8. Расчетные зависимости модуля H и радиальной компоненты H_r напряженности магнитного поля от радиуса точки наблюдения на оси r

По аналогии получены точки нулевого поля и для плоских распределенных контуров распределительного устройства, удаленных друг от друга и образованных токопроводами фаз и автоматических выключателей (рис. 9).

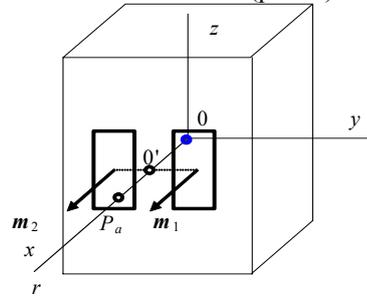


Рис. 9. Расположение контуров распределительного устройства и соответствующей им точки нулевого поля вблизи поверхности

Качественную картину распределения магнитного поля и положения точек нулевого поля можно получить, если заменить контуры дипольными источниками с магнитными моментами m_1, m_2 , точки приложения которых совпадают с центрами контуров и смещены от центра 0.

Точка, характеризующая положение центра пары диполей обозначена $0'$, а точка нулевого поля – P_a . Приведенные данные показывают, что токовые контуры, как и кольцевые постоянные магниты, имеют точки нулевого поля в распределении МП.

4. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК НУЛЕВОГО ПОЛЯ ДЛЯ ТОКОВЫХ КОНТУРОВ

Исходя из того, что пары дипольных источников порождают точки нулевого поля, с использованием теории симметрии [20] были получены конфигурации со множеством таких пар источников. Одна из таких симметричных конфигураций со множеством из Q пар источников приведена на рис. 10. Источники (черные кружки) расположены парами в двух параллельных плоскостях, разнесенными на расстояние a от горизонтальной плоскости симметрии G . Элемент симметрии – пара диполей с магнитными моментами m_1 , выделен утолщенными линиями. Ось

симметрии обозначена z . Для системы источников справедлив принцип суперпозиции, в соответствии с которым образовано одно из множеств точек нулевого поля $P_{a1} - P_{aQ}$, расположенных во внешней относительно источников области пространства. Множество точек, расположенных внутри области источников, не показано.

Приведенная конфигурация симметричных источников порождает точки нулевого поля, число которых определяется числом пар источников. Расчеты этой системы подтверждают существование такого множества точек нулевого поля.

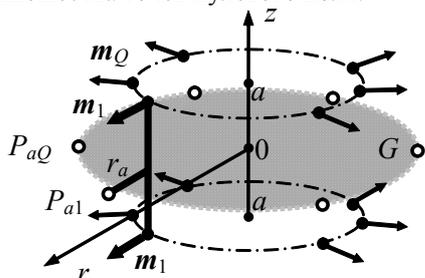


Рис. 10. Конфигурация симметричных радиальных пар диполей

Анализ приведенной конфигурации радиальных симметричных источников показывает, что при бесконечном увеличении числа источников можно получить бесконечное множество точек нулевого поля. Эта идея реализована в системе из четырех кольцевых витков с током. Схема расположения витков получена по аналогии с радиальной конфигурацией диполей и приведена на рис.11. Направления токов $I_1 - I_4$ витков чередуются. Расчет поля основан на известных соотношениях для компонент поля кольцевого витка [17] и получен путем суперпозиции полей витков.

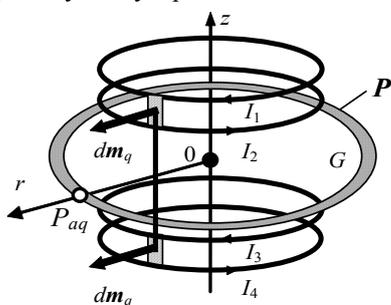


Рис. 11. Кольцевая конфигурация радиальных диполей

Если выделить элементарные секторы у кольцевых витков и образовать элементарные токовые контуры, то их магнитные моменты dm_i и линия, соединяющая их, образуют элемент симметрии, который использован и в предыдущей конфигурации. Одна из точек нулевого поля, порождаемых им и расположенная во внешней области пространства относительно витков P_{aq} (см. рис.11) расположена на оси диполей r . При вращении этого элемента вокруг оси витков z образуется симметричная конфигурация рассматриваемых витков с током, а точки нулевого поля образуют множество с бесконечным числом элементов.

Для такой конфигурации с бесконечным множеством точек нулевого поля проведен расчет сил (1), действующих на пробное ферромагнитное тело. Результаты расчета радиальной силы F одной из таких

систем с равноотстоящими токовыми контурами приведены на рис. 12.

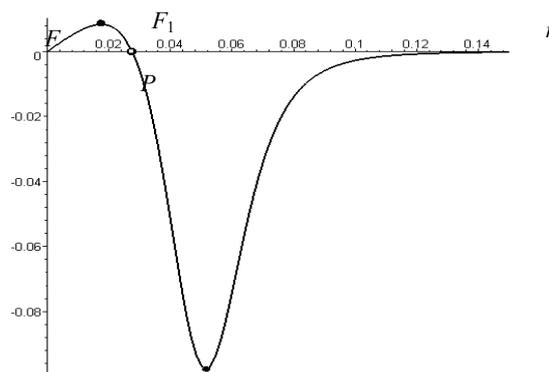


Рис. 12. Распределение силы в центральной полуплоскости

Как видно из распределения силы F , на участке между точками $F_1 - F_2$ существует точка устойчивого равновесия для левитирующего ферромагнитного тела. Рассмотренная конфигурация теоретически позволяет получить двумерную (плоскую) область, где возможно получение левитации ферромагнитного тела.

В данной работе не рассматривается задача получения трехмерной пространственной области, в которой возможна магнитная левитация с помощью токовых источников поля.

5. СВЯЗЬ ТОЧЕК НУЛЕВОГО ПОЛЯ С КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИЕЙ

Наличие точек нулевого поля и резко выраженной неоднородности поля вблизи них непросто связать с классической теорией магнитного поля. Окончательного решения эта задача в настоящее время не имеет. Основные сложности связаны с тем, что свойства точек с нулевым уровнем поля практически не исследовались.

Особенности точек нулевого поля, которые вызывают сложности согласования с классической теорией, следующие.

1. Точки нулевого поля располагаются вне области пространства, занятой источниками поля. Условие экстремума скалярного магнитного потенциала Φ для точки нулевого поля по форме совпадает с условием для седловой точки (либо точки перегиба для плоского случая) $H = -\text{grad } \Phi = 0$. В классической теории обсуждаются только точки экстремумов. В зависимости от расположения точек экстремумов поля в классической теории строятся решения уравнений Лапласа и Пуассона в виде потенциалов на множестве аналитических либо обобщенных функций. При этом не учитывается схожесть математического описания экстремумов и перегибов этих функций.

2. При использовании дискретных моделей источников поля и "алгебраизации" уравнений, связывающих компоненты напряженности в точках исследуемой области внешнего пространства относительно параметров источников, возникает дополнительная неоднозначность решения, которая не рассматривалась ранее. Пояснить это утверждение можно на таком примере. Для системы дипольных источников, расположенных в некотором

ограниченном объеме и характеризуемых векторами магнитных моментов, и радиусов-векторов смещений относительно центра этого объема алгебраическая система уравнений может быть записана в следующем матричном виде:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_1 \\ \dots \\ H_p \\ \dots \\ H_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1q} & \dots & a_{1Q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & \dots & a_{pq} & \dots & a_{pQ} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{P1} & \dots & a_{Pq} & \dots & a_{PQ} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} m_1 \\ \dots \\ m_q \\ \dots \\ m_Q \end{pmatrix} = \mathbf{A} \bullet \mathbf{M}, \quad (14)$$

где H – матрица-столбец (вектор) компонент напряженности поля в точках наблюдения, сформированных из упорядоченных троек компонент напряженности в точках наблюдения; A – прямоугольная матрица коэффициентов; M – матрица-столбец (вектор) компонент векторов магнитных моментов упорядоченного множества источников поля; H_p – элемент матрицы H , соответствующий одной из компонент напряженности поля в точке наблюдения с номером p ; a_{np} – элемент матрицы A , индексы которого соответствуют p -й точке наблюдения и q -му источнику; m_q – элемент матрицы M , соответствующий компоненте магнитного момента q -го источника; $p = \overline{1, P}$ – упорядоченное множество точек наблюдения; $q = \overline{1, Q}$ – упорядоченное множество источников, $Q \leq P$.

В теории поля предполагается, что при ненулевых элементах вектора M система (14) пригодна для однозначного решения как прямой, так и обратной задачи магнитостатики, по известному вектору H определяется вектор M и наоборот.

Для точек нулевого поля вектор $H = 0$, система уравнений (14) становится однородной и однозначность решения теряется для обратной задачи определения вектора M с ненулевыми элементами. Действительно, в этом случае определитель матрицы коэффициентов ($\det A$ при $Q = P$ либо $\det(A^T A)$ при $Q < P$) должен быть равен нулю. В этом случае существует множество решений системы (14). Указанная неоднозначность решения системы (14) затрудняет создание метода синтеза источников для обеспечения заданной конфигурации области магнитной левитации.

3. Функция потенциала в классической теории поля является аналитической функцией. В соответствии с этим определением она допускает разложение в степенной ряд и его члены (коэффициенты) являются независимыми. Для того чтобы показать, что это условие независимости коэффициентов нарушается, можно рассмотреть выражение скалярного магнитного потенциала с учетом определения для точек нулевого поля $H = 0$. В сферической системе координат функция скалярного магнитного потенциала в точке нулевого поля представляется степенным рядом вида:

$$\Phi \equiv \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin m\varphi) P_{nm}(\cos \theta), \quad (15)$$

где Φ – скалярный потенциал; g_{nm} , h_{nm} – коэффициенты мультипольного разложения; $P_{nm}(\cos \theta)$ – полиномы Лежандра первого рода; n , m – степень и порядок полинома; N – наибольшая степень

учитываемого члена ряда.

Радиальная составляющая напряженности H_r в точке нулевого поля ($\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$) с учетом (15) имеет вид

$$H_r = -\frac{\partial H}{\partial R} \equiv \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n (n+1) g_{nm} P_{nm}(1) = 0. \quad (16)$$

Из соотношения (16) видно, что мультипольные коэффициенты g_{nm} образуют линейно зависимое множество. При этом один из коэффициентов (например, g_{11} – для рассматриваемого направления ориентации магнитных моментов дипольных источников вдоль оси r он ненулевой) ряда (16) выражается через остальные независимые коэффициенты:

$$g_{11} = -\sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (n+1) g_{nm} P_{nm}(1). \quad (17)$$

Подстановка коэффициента (17) в (15) дает следующее выражение Φ в точке нулевого поля:

$$\Phi \equiv \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n n g_{nm} P_{nm}(1). \quad (18)$$

Величины мультипольных коэффициентов ряда (18) увеличились в n раз по сравнению с (15), и, следовательно, скорость сходимости этого ряд уменьшается.

Проведенные теоретические исследования показывают, что в точках нулевого поля нарушаются некоторые представления о свойствах разложений в степенной ряд аналитических функций, что требует осторожности при интерпретациях получаемых моделей при исследовании магнитной левитации.

На этой основе сформулированы следующие задачи исследований:

1 - подбор стационарных конфигураций электромагнитных систем либо токовых контуров, обеспечивающих создание объемных областей магнитной левитации;

2 - разработка модели поля и метода для синтеза конфигураций стационарных электромагнитных систем по заданному распределению напряженности поля и ее производных в объеме области концентрации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено моделирование распределений поля кольцевого аксиально-намагниченного постоянного магнита и сравнение с известными экспериментальными и расчетными данными. Установлено, что такие магниты имеют особые точки в распределении магнитного поля вне объема и получены аналитические соотношения для точек нулевого поля и локального экстремума поля по оси магнита. Доказано, что наличие этих точек создает условия для одномерной магнитной левитации ферромагнитного объекта.

На основе моделирования распределения поля пары соосных диполей, расположенных симметрично плоскости, показано, что такая система является носителем свойств одномерной магнитной левитации. Множества таких пар диполей, построенных с использованием свойств симметрии, наследуют это свойство. В качестве подтверждающих примеров

рассмотрены схемы моделирования с помощью таких источников постоянного магнита и токовых контуров. Использование токовых контуров расширяет возможности моделирования систем источников на предмет получения множеств точек нулевого поля и локальных экстремумов, образующих области магнитной левитации. Получена конфигурация токовых контуров с плоской областью магнитной левитации.

Проведен краткий анализ сложностей, связанных с математическим моделированием полей систем источников, порождающих множества точек нулевого поля. Эти сложности связаны с неоднозначностью описания свойств поля источников, порождающих точки нулевого поля: условие экстремума скалярного потенциала совпадает с условием локального экстремума поля; система алгебраических уравнений, связывающих компоненты поля и магнитные моменты диполей источников, является однородной, а ее решения зависимыми; коэффициенты разложения в степенной ряд функции напряженности в точках нулевого поля образуют линейно зависимые множества. Эти сложности ограничивают возможности создания методов целенаправленного синтеза конфигураций источников поля, создающих области магнитной левитации.

Сформулированы задачи синтеза конфигураций токовых обмоток постоянного тока, создающих пространственные области магнитной левитации. Такие системы обмоток могут найти применение для магнитной стабилизации токовых контуров, в том числе высокотемпературной плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.С. Михалевич, В.М. Рашкован, Д.Я. Хусаинов, О.Г. Чеборин. "Магнитная потенциальная яма" – эффект стабилизации сверхпроводящих динамических систем. Киев: «Наукова думка», 1991, 336 с.
2. S. Earnshaw. On the nature of the molecular forces // *Trans. Cambridge Phil. Society*. 1842, v. 7, p. 97-113.
3. В.С. Лупиков, Н.Н. Чернышов, Е. Мвуджо. Возможности магнитной левитации магнитных тел наноразмеров в градиентном магнитном поле токовых обмоток // *Международная науч.-техн. конф. "Физико-химические основы формирования и модификации микро- и наноструктур"*. Харьков: НФТЦ МОН и НАН Украины, 2007, с. 109-110.

4. Э.А. Васильев. Пространственное распределение магнитной индукции вблизи постоянного магнита и "эффект" притяжения высокотемпературного сверхпроводника к полюсам магнита // *Письма в ЖЭТФ*. 1989, т. 49, в.2, с. 111-113.
5. Мир в магнитном кольце // *Электронорама*. 2000, июль-август, с.52.
6. Б.В. Клименко, М.А. Любчик, В.С. Лупиков и др. Особенности распределения напряженности магнитного поля вблизи поверхности электрооборудования // *Вестник Харьковского государственного политехнического университета*. 1999, №75, с.109-115.
7. В.С. Лупиков. Компенсация магнитного поля при наличии магнитных аномалий вблизи поверхности распределительных устройств // *Технічна електродинаміка*. 2000, №6, с.18-24.
8. Б.В. Клименко, В.С. Лупиков. Особенности снижения внешнего магнитного поля вблизи поверхности распределительного устройства // *Вестник Харьковского государственного политехнического университета*. 2000, №84, с.117-122.
9. В.С. Лупиков. Теоретическое обоснование объединенной дипольной модели внешнего магнитного поля электрооборудования // *Вісник Національного технічного університету "ХПИ"*. 2001, №17, с.95-102.
10. Б.В. Клименко, В.С. Лупиков, Е.И. Байда, В.Л. Емельянов. Исследование магнитных аномалий вблизи кольцевого постоянного магнита // *Вісник Національного технічного університету "ХПИ"*. 2001, №16, с.74-79.
11. Б.В. Клименко, В.С. Лупиков, В.Л. Емельянов и др. Алгоритм определения положения точек магнитных аномалий вблизи поверхности распределительного устройства // *Вісник Національного технічного університету "ХПИ"*. 2001, вип. 16, с.87-92.
12. M. McCaig. Permanent magnets for repulsion systems // *Electrical review*. 1961, №9, p.77-89.
13. M. Sagava, N. Fujimura. New material of permanent magnets on a base of Nd and Fe // *J. Appl. Phys.* 1984, №6, p.2083-2087.
14. Н.Н. Чернышов. Приближенный расчет объема постоянных магнитов по требуемой жесткости элементов систем для управления вибрационными устройствами // *Технічна електродинаміка*. 1998, №4, с.78-79.
15. Е.И. Байда. Расчет магнитоуправляемого коммутационного устройства на постоянном магните // *Електротехніка і електромеханіка*. 2002, №2, с.12-14.
16. Л.А. Бессонов. *Теоретические основы электротехники*. М.: «Высшая школа», 1973, 752 с.
17. В.С. Лупиков, О.А. Гелярговская, С.В. Выронец, Д.Л. Мартыненко. Симметрия магнитных источников и множества точек нулевого поля // *Вісник Державного політехнічного університету: Наукові праці КДПУ*, 2004, в. 42, с.24-28.
18. П.А. Курбатов, С.А. Аринчин. *Численный расчет электромагнитных полей*. М.: «Энергоатомиздат», 1984, 168 с.
19. Н.Н. Чернышов, Л.Д. Богданов. *Математические модели элементов систем с постоянными магнитами для расчета их силовых характеристик и оптимизации магнитной системы*: Препринт. НАН Украины; Ин-т электродинамики. № 819. Киев, 1998, 34 с.
20. А.В. Шубников, В.А. Копчик. *Симметрия в науке и искусстве*. М.: «Наука», 1972, 340 с.

МОЖЛИВОСТІ МАГНІТНОЇ ЛЕВІТАЦІЇ ФЕРОМАГНІТНИХ ТІЛ У ГРАДІЄНТНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ ОБМОТОК ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

М.М. Чернышов, В.С. Лупиков, Е.И. Байда, Н.В. Крюкова, О.А. Гелярговська, Е. Мвуджо

Висувається гіпотеза про існування тривимірних областей поблизу джерел магнітного поля, у яких можливе одержання стабільного положення магнітного об'єкту в стаціонарному полі. Гіпотеза будується на підставі існування двох видів точок: точок з нульовим рівнем поля й точок з локальним екстремумом цього поля. Одержувані розподіли магнітних сил діють стабілізуюче на досліджуваній об'єкт, зокрема створюють ефект левітації ферромагнітних тіл у гравітаційному полі Землі. Наведено приклади конфігурацій джерел поля, що породжують множини таких точок. Аналізується системи струмових обмоток, що забезпечують створення одно- і двовірних конфігурацій областей поблизу джерел, у межах яких можлива магнітна левітація.

POSSIBILITY OF MAGNETIC LEVITATION FOR FERROMAGNETIC BODIES IN THE GRADIENT MAGNETIC FIELD OF DIRECT CURRENT WINDINGS

M.M. Tchernyshov, V.S. Lupikov, J.I. Bajda, N.V. Krjukova, O.A. Geljarovskaja, E. Myudzho

The hypothesis about existence of three-dimensional areas in vicinity of magnetic field sources that make possible a stable position of a magnetic object in the stationary field is put forward. The hypothesis is based on the fact of existence of two kind points: points with a zero level of this field and points with a local extremum of the field. Received distributions of magnetic forces that stabilized the researched object, in particular create effect of a levitation of ferromagnetic bodies in the Earth gravitational field. Examples of configurations of the field sources generating sets of such points are resulted. It is analyzed systems of windings with currents, providing creation of one and two-dimensional configurations of areas near to sources within the limits of which the magnetic levitation is possible.