

## Синтез профиля полюса дипольного магнита

А.О.Мыцыков

ИФВЭЯФ ННЦ ХФТИ, г. Харьков

### ВВЕДЕНИЕ

В этой работе используется метод конформных преобразований для получения выражений, открывающих возможность синтеза профиля полюса по заданному полю. Ниже приводятся результаты, обобщающие выражения Кристоффеля-Шварца [1-3] на случай криволинейных границ полюсов.

### КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПОЛОСЫ В ПОЛОСУ

Для описания поля будем использовать функцию, обратную комплексному потенциалу, совпадающую с конформным отображением прямолинейной полосы  $0 < \text{Im}(z) < H$  плоскости ( $z$ ) на область полюса ( $\omega$ ). Используя подход, изложенный в [1], получим формулы для отображения "полоса-полоса".

$$; \tag{1}$$

где

$$\tag{2}$$

Функции  $v_0$  и  $v_H$  описывают угол наклона профиля полюса на верхнем и нижнем берегах соответственно. Используя известную связь комплексного потенциала  $z(\omega)$  с полем

$$\tag{3}$$

и выражение (1), запишем производные поля на плоскости  $w$ . Действительно, так как

$$, \text{ то} \tag{4}$$

Применив эту процедуру столько раз, сколько производных по полю, мы получим систему, связывающую коэффициенты разложения поля в точке, соответствующей точке  $z$  с производными функции  $G(z)$ . А так как мы вольны установить соответствие

$\omega(0)=0$ , то:

$$\begin{cases} B(0) = \exp[-G(0)] \\ B'(0) = -G'(0)B(0)^2; \\ B''(0) = (2G'(z)^2 - G''(z))B(0)^3; \\ B^{(3)}(0) = (-6G'(0)^3 + 7G''(0)G'(0) - G^{(3)}(0))B(0)^4 \\ \dots \end{cases} \tag{5}$$

Эта система может быть решена относительно производных функции  $G$ .

### РЕКОНСТРУКЦИЯ ПОЛЮСА

Пусть поле в рабочей области на медианной плоскости дипольного магнита описывается выражением:

$$, \tag{6}$$

где  $B_n = B^{(n)}(0)/B(0)^{(n+1)}$ .

В таблице 1 приведены использованные значения  $B_n$  и рассчитанные значения  $G^{(i)}(0)$ . Используя полученные по формуле (1) значения  $G^{(i)}$  для различных значений  $h(z=x+i\cdot\pi\cdot h)$ , восстанавливается форма профиля полюса рис. 1.

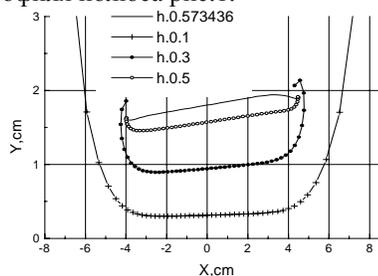
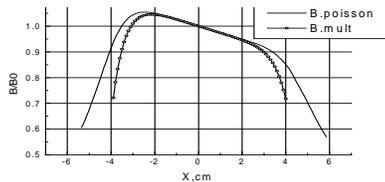


Рис. 1. Формы полюсов для различных значений  $h$ .

Один из этих профилей ( $h=0.573$ ) был использован для просчета полюса магнита в предположении  $\mu=\infty$  по программе POISSON [4]. Полюс магнита от крайних точек профиля уходит вертикально вверх. Результаты приведены на рис. 2.



**Рис. 2.** Сравнение поля, использованного для синтеза полюса  $-B_{mult}$  и поля от рассчитанного полюса  $B_{poisson}$ . Полученные профили могут быть хорошим первым приближением при синтезе формы полюса по требуемому полю. Однако степенной ряд в качестве описания функции  $G$  неудовлетворителен при уходе от 0. Мнимая часть этой функции на полюсе равна углу наклона профиля, и поэтому она ограничена. Степенной же ряд ведет себя иначе.

**Таблица 1**

$i$	$G^{(i)}(0)$	$Bn^{(i)}$ -curve	$Bn^{(i)}$ -line
0	0.	.1000E+01	.1000E+01
1	0.02625	-.2620E-01	-.2625E-01
2	0.00137	-.3768E-06	-.7439E-07
3	-0.00085	.5984E-03	.9867E-03
4	0.004294	.6073E-03	.4553E-02
5	-0.0024	.1028E-02	.4235E-02
6	0.01416	-.3262E-03	-.1587E-01
7	-0.0054	.3354E-02	.1621E-01
8	0.05531	-.2431E-01	-.6211E-01
9	0.00452	.3057E-01	.5594E-01
10	0.28513	-.3238E-00	-.2672E-00

#### 4. ТОЧНАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ПОЛЮСА

Для определения функции  $G$  в случае дипольной симметрии используем следующие соглашения:  $v_0(t)=0$ ;

(7)

На полюсе выделим 6 точек  $a_j$ . Каждую точку будем характеризовать значением слева  $q_-(a_j)$  и значением справа  $q_+(a_j)$ . Если на профиле нет изломов и  $q(t)$  линейна относительно  $t$ , то справедливо следующее:

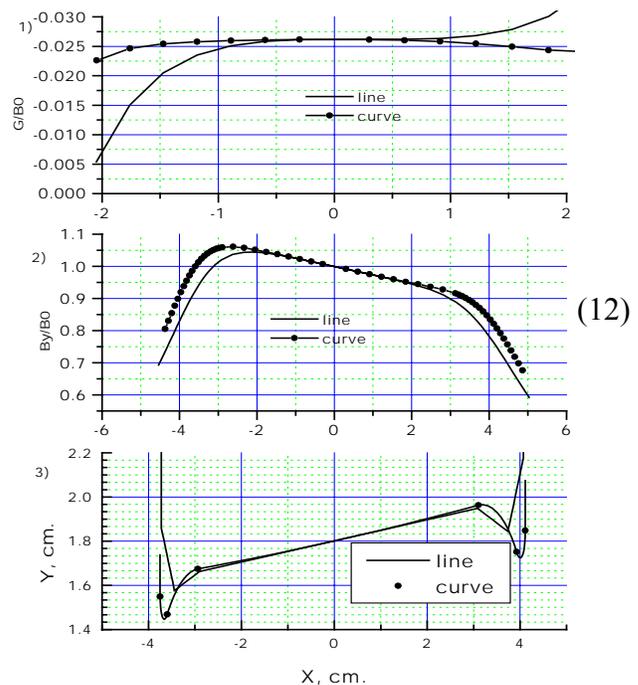
(8)

Можно написать подобные уравнения для столько производных функции  $G(z)$ , сколько гармоник в разложении поля мы хотим удерживать. Связь производных  $G(z)$  и  $B(z)$  установлена в (4,5). В таблице 2 приведены параметры конформного отображения полосы в полосу для полюсов образованных криволинейными сегментами рис. 3 без изломов между 6-ю

точками. Для сравнения приведен и профиль, образованный прямолинейной ломаной. Оба эти отображения строились по заданной квадрупольной составляющей поля и требованию занулить секступольную. В таблице \*-знаком помечены параметры, которые были вычислены. Кажущийся "произвол" в выборе остальных параметров, как правило, определяется конструктивными соображениями.

**Таблица 2**

$q(t)$	Line	Curve	$a_j$	Line	Curve
$q(-\infty)$	$-.5000\pi$	$-.5000\pi$			
$q(a_1)_-$	$-.5000\pi$	$-.5000\pi$	$a_1$	-4.5	-4.5
$q(a_1)_+$	$-.2500\pi$	$-.5000\pi$			
$q(a_2)_-$	$-.2500\pi$	$-.2000\pi$	$a_2$	-3.8	-3.8
$q(a_2)_+$	$.05041\pi^*$	$-.2000\pi$			
$q(a_3)_-$	$.05041\pi^*$	$.01222\pi^*$	$a_3$	-3.0	-3.0
$q(a_3)_+$	$.01520\pi^*$	$.01222\pi^*$			
$q(a_4)_-$	$.01520\pi^*$	$.01798\pi^*$	$a_4$	3.0	3.0
$q(a_4)_+$	$-.05041\pi^*$	$.01798\pi^*$			
$q(a_5)_-$	$-.05041\pi^*$	$-.2000\pi$	$a_5$	3.8	3.8
$q(a_5)_+$	$.2500\pi$	$-.2000\pi$			
$q(a_6)_-$	$.2500\pi$	$.5000\pi$	$a_6$	4.5	4.5
$q(a_6)_+$	$.5000\pi$	$.5000\pi$			
$q(\infty)$	$.5000\pi$	$.5000\pi$	H	1.8	1.8



**Рис. 3.** Нормализованные градиенты и поля для профилей из криволинейных и прямых сегментов.

#### Литература

1. М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат. Методы теории функции комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
2. L.N.Trefethen SIAM J. Sci. Stat. Comput. 1 (1080), 82--102.

3. G.Lee-Whiting, G.Keech, Clalk River, Ontario, 1969:  
FSD/ING-151, AECL--3253.
4. POISSON Group Programs.User's Guide,  
CERN,1965.

Статья поступила: в редакцию 25 мая 1998 г.,  
в издательство 1 июня 1998 г.